

Bevezetés

- **Tétel:** Az első k darab páratlan természetes szám összege éppen k^2 .
 - $\sum_{i=1}^k (2i-1) = k^2, k \in \mathbb{N}$
- **(Tétel: Minden ló azonos színű)**
- **Alsó egészrész függvény:** Az alsó egészrész függvény minden valós számhoz egy egész számot rendel hozzá, éppen azt, amely a tőle nem nagyobb egészek közül a legnagyobb.
jele: $\lfloor x \rfloor$, ahol x valós szám.
Tömören: $\lfloor x \rfloor = \max_{\substack{k \leq x \\ k \in \mathbb{Z}}} k$
- **Felső egészrész függvény:** Minden valós számhoz egy egész számot rendel hozzá, éppen azt, amely a tőle nem kisebb egészek közül a legkisebb.
jele: $\lceil x \rceil$, ahol x valós szám.
 - Tömören: $\lceil x \rceil = \min_{\substack{k \geq x \\ k \in \mathbb{Z}}} k$
- **Kerekítő függvény:** minden valós számhoz a hozzá legközelebb eső egész számot rendeli hozzá. Ha nem egyértelmű, akkor a nagyobbat.
 - jele: $\text{Round}(x)$, ahol x valós szám.
 - Tömören: $\text{Round}(x) = \left\lfloor x + \frac{1}{2} \right\rfloor$
- **Törtrész függvény:** minden valós számhoz azt a számot rendeli hozzá, amely azt mutatja meg, hogy a szám mennyivel nagyobb az alsó egészrészénél.
 - jele: $\{x\}$, ahol x valós szám.
 - Tömören: $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$
- **Az egész hányados képzése, a div művelet:** Legyen a és b egész szám, $b \neq 0$. Definíció szerint az egész osztás műveletén az a/b osztás eredményének alsó egész részét értjük.
 - Tömören: $a \text{ div } b = \lfloor a/b \rfloor$
- **Az egész maradék képzése, a mod művelet:** Legyen a és b egész szám. Definíció szerint
 - $a \text{ mod } b \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \{a\}, & \text{ha } b=1 \\ a, & \text{ha } b=0 \\ a - \lfloor a/b \rfloor \cdot b = a - (a \text{ div } b) \cdot b, & \text{egyéb esetben} \end{cases}$
- **Horner séma:** $x = (\dots((c_n) \cdot b + c_{n-1}) \cdot b + \dots + c_1) \cdot b + c_0$
- **Tétel a számjegyek számáról:** Pozitív x egész szám számjegyeinek a száma b alapú számrendszerben eggyel több, mint a szám b alapú logaritmusának az alsó egészrésze, azaz ha a szám számjegyei $c_n, c_{n-1}, \dots, c_1, c_0$, akkor a jegyek száma $n+1 = \lfloor \log_b x \rfloor + 1$

Absztrakt adattípus, és algoritmus

- **Az absztrakt adattípus** egy leírás, amely absztrakt adatok halmazát és a rajtuk végezhető műveleteket definiálja nem törődve azok realizálásával.
- **Adatstruktúrának** nevezzük az absztrakt adattípus konkrét megjelenési formáját.
- **Az algoritmus** (nem tudományos definíció) Meghatározott számítási eljárás, a probléma megoldási eszköze.

- algoritmusok jellemző tulajdonságai:

1. A kiinduló adatok lehetséges halmaza (D): Ez a halmaz azon adatokat tartalmazza, amelyeket az algoritmus megkaphat mint input adatokat, tehát ezek előjöhetnek egy probléma konkretizálása során.
2. A lehetséges eredmények halmaza: Ezt a halmazt az input adatok halmaza határozza meg. Minden input adathoz tartozik eredmény adat, amit majd az algoritmus meg kell, hogy találjon.
3. A lehetséges közbülső eredmények halmaza: Ez a halmaz a nevében is mutatja, az algoritmus végrehajtása közben keletkező közbülső eredményeket tartalmazza. Menet közben ebből a halmazból nem léphetünk ki
4. A kezdési szabály: Az algoritmus első műveletét szabja meg
5. A közvetlen átalakítási szabályok: Azok a szabályok, amelyeket menet közben törvényszerűen használhatunk egy-egy adott szituációban.
6. A befejezési szabály: Az a szabály, amelyből egyértelműen kiderül, hogy az algoritmus végrehajtása végetért.
7. Az eredmény kiolvasási szabálya

- Algoritmus keresésénél két probléma van:

- Megoldható-e a probléma és ha igen, akkor egy vagy több megoldása van-e? (egzisztencia és unicitás probléma.)
- Ha igen, akkor van-e a meglévőnél hatékonyabb algoritmus? (effektivitási probléma.)

- **Az algoritmus inputjának a mérete (problémaméret):** Legyen adott egy probléma, amely megoldható egy A algoritmussal. Legyen D az A algoritmus lehetséges inputjainak a halmaza. Legyen $x \in D$ egy input. Az x input méretének nevezzük az x konkrét megadásakor használt bitek számát. Ez egy nemnegatív egész szám, mérőszám. Jelölésben az x input mérete $|x|$.

- **Az algoritmus időbonyolultsága:**
$$T_a(n) = \sup_{\substack{x \in D \\ |x| \leq n}} t_A(x)$$

- **Az algoritmus tárkapacitás bonyolultsága:**
$$S_a(n) = \sup_{\substack{x \in D \\ |x| \leq n}} s_A(x)$$

- **Az ordo szimbolika szimbólumai:**

- nagy ordo: $f(n) = O(g(n))$, ha $\exists c > 0$ és $n_0 > 0$, hogy ha $n \geq n_0$, akkor $0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)$
- nagy omega: $f(n) = \Omega(g(n))$, ha $\exists c > 0$ és $n_0 > 0$, hogy ha $n \geq n_0$, akkor $0 \leq c \cdot g(n) \leq f(n)$
- nagy teta: $f(n) = \Theta(g(n))$, ha $\exists c_1, c_2 > 0$ és $n_0 > 0$, hogy ha $n \geq n_0$, akkor $0 \leq c_1 \cdot g(n) \leq f(n) \leq c_2 \cdot g(n)$
- kis ordo: $f(n) = o(g(n))$, ha $\forall c > 0$ –ra $\exists n_0 > 0$, hogy ha $n \geq n_0$, akkor $0 \leq f(n) < c \cdot g(n)$
- kis omega: $f(n) = \omega(g(n))$, ha $\forall c > 0$ –ra $\exists n_0 > 0$, hogy ha $n \geq n_0$, akkor $0 \leq c \cdot g(n) < f(n)$

- **Polinomiálisan gyorsabb növekedés:** Azt mondjuk, hogy az $f(n)$ növekedési függvény polinomiálisan gyorsabban nő, mint az n^p polinom ($p \geq 0$), ha létezik olyan $\epsilon > 0$ valós szám, hogy $f(n) = \Omega(n^{p+\epsilon})$

- **Polinomiálisan lassabb növekedés:** Azt mondjuk, hogy az $f(n)$ növekedési függvény polinomiálisan gyorsabban nő, mint az n^p polinom ($p \geq 0$), ha létezik olyan $\epsilon > 0$ valós szám, hogy $f(n) = \Omega(n^{p-\epsilon})$

- **A Fibonacci számsorozat:**
$$\left. \begin{array}{l} F_0 = 0, \\ F_1 = 1, \end{array} \right\} \text{ (kezdőfeltétel)}$$

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \text{ (rekurziós feltétel)}$$

- **Tétel: A Binet formula:** A Fibonacci számsorozat elemei írhatók fel vele:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} (\Phi^n - \overline{\Phi}^n), n=0,1,2,\dots$$

$$\text{ahol } \Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 0,618\dots, \overline{\Phi} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \approx -0,618\dots$$

- **Tétel:** A Fibonacci számok előállítása kerekítéssel: $F_n = \text{Round} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} \Phi^n \right), n=0,1,2,\dots$
- **Rekurzív egyenletnek** nevezzük azokat a függvényegyenleteket, amelyekben a T függvény az ismeretlen, a meghatározandó és a T(n) függvényérték a T függvény n-től kisebb értékű argumentumának helyein felvett értékeinek függvényeként adott.
- **Tétel:** A mester tétel: Legyenek $a \geq 1, b > 1$ konstansok, $p = \log_b a$, $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ függvény. Defináljunk egy $g(n) = n^p$ tesztpolinomot. A rekurziós összefüggés: $T(n) = a \cdot T(n/b) + f(n)$
 - Ha $f(n)$ (polinomiálisan) lassabb növekedésű, mint $g(n)$, akkor $T(n) = \Theta(g(n))$
 - Ha $f(n) = \Theta(g(n))$, akkor $T(n) = \Theta(g(n)) \cdot \log n$
 - Ha $f(n)$ polinomiálisan gyorsabb, és teljesül a regularitási feltétel ($\exists c < 1$ konstans és $n_0 > 0$ küszöbméret, hogy $n \geq n_0$ esetén $a \cdot f(n/b) \leq c \cdot f(n)$), akkor $T(n) = \Theta(f(n))$